



Olimpiadi Italiane di Informatica 2022

Selezione Scolastica – 8 febbraio 2022

Atleta	Romeo Er mejo der Colosseo
Token	xxx-yyyy-zzz

- Nelle pagine seguenti troverai solo esercizi *a risposta numerica*, ovvero domande in cui è richiesto di calcolare un certo risultato numerico, **intero positivo** maggiore di zero, che dovrai scrivere direttamente nel campo di testo apposito.
- Le risposte devono essere inviate su <https://gara.scolastica.olinfo.it>
Una volta aperto il link, se necessario, imposta il tuo token personale (xxx-yyyy-zzz).
- Il form **verrà chiuso alle ore 12:30 in punto**, quindi hai circa 90 minuti a tua disposizione. È possibile inviare le risposte più di una volta: **verrà considerata solo l'ultima risposta inviata per ciascuna domanda**. Una volta cliccato su “*Salva risposte*” è ancora possibile modificare la risposta cliccando su “*Cambia risposte*”. Puoi modificare le tue risposte quante volte vuoi: **ti consigliamo vivamente di salvare spesso** le tue risposte, senza aspettare di aver finito tutte le domande. In questo modo non correrai il rischio che un problema di connessione a fine gara impedisca la tua valutazione.
- In ogni caso **ti consigliamo vivamente di scrivere le tue risposte su un foglio di carta**, in modo da poterle reinserire velocemente nel form in caso di necessità. In caso di problemi tecnici puoi inviare le risposte al tuo referente scolastico, lui poi potrà inviarle al tuo posto.
- La prova consiste di **5 esercizi di carattere logico matematico**, **7 esercizi di programmazione** e **8 esercizi di carattere algoritmico**. Il tempo a disposizione per la prova è piuttosto limitato, per cui ti suggeriamo di non fermarti a lungo su un esercizio se non riesci a trovarne la soluzione, ed eventualmente riprenderlo in esame quando avrai terminato di rispondere a tutti gli esercizi successivi.
- Ad ogni esercizio è associato un punteggio tra 2 e 4 punti, correlato al livello di difficoltà. Il punteggio è indicato all'inizio dell'esercizio. Per ogni risposta esatta viene assegnato il punteggio corrispondente; mentre per ogni risposta sbagliata o mancante vengono assegnati **0** punti.

Esercizi di carattere logico matematico

Esercizio #1: la risposta corretta vale 2 punti

Si consideri la seguente sottrazione, in cui alcune cifre sono state sostituite da X e Y (a lettera uguale corrisponde, naturalmente, cifra uguale):

$$\begin{array}{r} 2XY - \\ 1YX3 = \\ \hline 644 \end{array}$$

Quanto vale la somma di X e Y ?

Esercizio #2: la risposta corretta vale 2 punti

Quattro amici giocano da sempre insieme a calcetto, ma solo uno dice la verità.

Antonio: "Roberto è il più forte di tutti."

Roberto: "Emanuele è il più forte di tutti."

Emanuele: "Non sono io il più forte di tutti."

Paolo: "Non sono io il più forte di tutti."

Chi è il più forte di tutti? Rispondi mettendo la cifra (tra 1 e 4) corrispondente al nome del più forte scritto qui sotto.

1) Antonio, 2) Emanuele, 3) Paolo, 4) Roberto.

Esercizio #3: la risposta corretta vale 3 punti

Noi usiamo il sistema numerico decimale, ovvero il sistema di numerazione posizionale a base 10. Nei computer si usa il sistema numerico binario, ovvero il sistema di numerazione posizionale a base 2. Ovviamente, si possono usare altri valori per la base. In particolare, se $17+12=30$, quanto fa $17*3$?

Come probabilmente avrai intuito, la domanda fa riferimento a una base diversa da 10. Importante: anche la tua risposta deve essere nella stessa base (ovvero, non in base 10)!

Esercizio #4: la risposta corretta vale 3 punti

Nel suo famosissimo *Liber Abaci*, Fibonacci propone, tra gli altri, anche il problema delle uova: una contadina porta delle uova al mercato. Sa che contandole a 2 a 2 ne avanza 1, contandole a 3 a 3 ne avanza 1, a 4 a 4 ne avanza 1, a 5 a 5 ne avanza 1, a 6 a 6 ne avanza sempre 1, mentre contandole a 7 a 7 non ne avanza nessuna. Il minor numero di uova che rispetta tali vincoli, e che Fibonacci invitava a calcolare, è 301.

Riesci a calcolare il minimo numero che rispetti i seguenti vincoli? Sai che contandole a 5 a 5 ne avanza 1, contandole a 6 a 6 ne avanza 1, contandole a 7 a 7 non ne avanza nessuna.

Quanto vale F , il più piccolo numero che rispetta i vincoli descritti?

Esercizio #5: la risposta corretta vale 3 punti

Siano A, B, C tre variabili booleane, ossia variabili che possono assumere solo uno dei due valori 1 (VERO) e 0 (FALSO). Ricordiamo che gli operatori booleani sono:

1. **not** A, che si indica con $\neg A$, vale VERO se A è FALSO, e FALSO se A è VERO;
2. A **and** B, che si indica con $A \wedge B$, vale VERO se sia A sia B sono VERO, e FALSO in tutti gli altri casi;
3. A **or** B, che si indica con $A \vee B$, vale FALSO se sia A sia B sono FALSO, e VERO in tutti gli altri casi.

Si consideri la seguente tabella di verità per le due variabili booleane A e B e l'espressione logica $\neg A \vee B$:

A	B	$\neg A \vee B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

La tabella di verità fornisce, in funzione dei valori di A e B, i valori di verità dell'espressione logica, che possiamo rappresentare con una unica stringa di quattro caratteri zero o uno, in questo caso 1101 (leggendo dall'alto al basso i quattro valori di verità dell'espressione).

Considerate la seguente tabella di verità corrispondente all'espressione logica $(B \wedge (\neg A)) \vee \neg C$ definita sulle variabili booleane A, B e C.

A	B	C	$(B \wedge (\neg A)) \vee \neg C$
0	0	0	
0	0	1	
0	1	0	
0	1	1	
1	0	0	
1	0	1	
1	1	0	
1	1	1	

Quale è la stringa, di otto caratteri zero o uno, che rappresenta l'espressione logica di questa tabella di verità (sempre leggendo dall'alto al basso)?

Esercizi di programmazione

Esercizio #6: la risposta corretta vale 2 punti

Data la seguente funzione:

```
1: function F(n: integer) → integer
2:   if n < 10 then
3:     return F(n + 1) + 3
4:   else
5:     if n = 10 then
6:       return 7
7:     else
8:       return F(n - 2) - 1
9:     end if
10:  end if
11: end function
```

Quanto vale $F(13)$?

Esercizio #7: la risposta corretta vale 2 punti

Data la seguente funzione:

```
1: function F(x: integer) → integer
2:   if x ≤ 19 then
3:     x ← 25 - x
4:   end if
5:   if x MOD 2 = 0 then
6:     x ← x × x - 32
7:   else
8:     if x > 13 then
9:       x ← 2 × x - 25
10:    else
11:      x ← x - 2
12:    end if
13:  end if
14:  return x
15: end function
```

Qual è il minimo valore che F può restituire, per un qualunque valore del parametro x?

Esercizio #8: la risposta corretta vale 2 punti

Dato il seguente programma:

```
1: variable i: integer
2: variable j: integer
3: variable a: integer
4: variable v: integer[]
5: v ← [3, 5, 2, 4, 4, 3, 4, 5, 1]
6: i ← 0
7: j ← 9
8: while i < 4 do
9:   if v[i] ≠ v[j - i - 1] then
10:    a ← v[i]
11:    v[i] ← v[j - i - 1]
12:    v[j - i - 1] ← a
13:   end if
14:   i ← i + 1
15: end while
16: i ← 0
17: while i < j do
18:   output v[i]
19:   i ← i + 1
20: end while
```

Cosa viene stampato durante l'esecuzione? Riportare la risposta senza spazi.

Esercizio #9: la risposta corretta vale 3 punti

Date le seguenti funzioni:

```
1: function F(n: integer) → integer
2:   if n ≥ 10 then
3:     return 2
4:   else
5:     return 2 × G(n - 3) + 4
6:   end if
7: end function
8: function G(n: integer) → integer
9:   if n ≤ 0 then
10:    return 3
11:   else
12:    return F(n × 2) + 1
13:   end if
14: end function
```

Qual è il numero totale delle chiamate ad F più il numero delle chiamate a G che vengono effettuate per calcolare F(7)?

NOTA POST GARA: dal testo non era chiaro se il numero totale di chiamate dovesse includere anche la chiamata iniziale F(7). Nella nostra interpretazione lo doveva includere, ma abbiamo dato buone anche le soluzioni che non lo includevano (ovvero che differivano di -1 dalla soluzione corretta). La soluzione di questo esercizio era 5 ma, per quanto esposto in precedenza, abbiamo considerato valide anche le risposte di chi ha indicato 4.

Esercizio #10: la risposta corretta vale 3 punti

Al Khwarizmi ha scritto un programma per calcolare se un vettore v contiene più elementi strettamente negativi che elementi strettamente positivi. Purtroppo il suo gatto è passato sul suo codice, cancellando completamente l'indentazione e mescolando alcune righe! Il programma che ha ora a disposizione è il seguente:

```
1: i ← 0
2: neg ← 0
3: pos ← 0
4: while i < 10 do
5:   if v[i] < 0 then
6:     else
7:       neg ← neg + 1
8:       output ‘molti negativi’
9:       pos ← pos + 1
10:    end if
11:   end if
12: end if
13: if v[i] > 0 then
14: end while
15: if neg > pos then
16: i ← i + 1
```

Di tutto questo programma, Al è solo sicuro che le righe 1, 2, 3 e 9, 10, 11 non sono state spostate. Tutte le altre potrebbero essere state mescolate arbitrariamente! In quale ordine devono essere messe le rimanenti righe per far funzionare il programma? Rispondere indicando la sequenza di numeri di riga per portare il programma nell'ordine corretto **senza spazi**.

Per esempio, per riportare che l'intero programma è già nell'ordine corretto, devi riportare il numero: 12345678910111213141516.

Esercizio #11: la risposta corretta vale 3 punti

Il seguente programma cerca, all'interno di una matrice quadrata m di $n \times n$ interi, il più grande quadrato di numeri tutti strettamente positivi contenuto in essa e contenente l'angolo in posizione $(0, 0)$.

```
1: variable m: integer[] []
2: variable n: integer
3: variable i: integer
4: variable j: integer
5: variable l: integer
6: variable ok: integer
7: variable maxl: integer
8: l ← 1
9: maxl ← 0
10: while l ≤ n do
11:   ok ← 1
12:   i ← 0
13:   while i < l do
14:     j ← 0
15:     while j < l do
16:       if m[i][j] ≤ 0 then
17:         ok ← 0
18:       end if
19:       j ← j + 1
20:     end while
21:     i ← i + 1
22:   end while
23:   if ok = 1 then
24:     maxl ← l
25:   end if
26:   l ← l + 1
27: end while
28: output maxl
```

Tuttavia è presente un errore, in quale riga?

Esercizio #12: la risposta corretta vale 3 punti

Data la seguente funzione:

```
1: function F(a: integer) → integer
2:   variable b: integer
3:   variable c: integer
4:   b ← 42
5:   c ← 42
6:   while a > 0 do
7:     if a ≥ b then
8:       a ← a - b
9:     else
10:      c ← a
11:      a ← b
12:      b ← c
13:    end if
14:  end while
15:  return a + b + c
16: end function
```

Qual è il minimo valore positivo che si può passare ad F per ottenere 28?

Esercizi di carattere algoritmico

Esercizio #13: la risposta corretta vale 2 punti

In un libro sono state impiegate 483 cifre decimali per indicare i numeri progressivi di pagina, stampati in ogni pagina del libro a partire dalla prima pagina (che ha il numero '1'). Per esempio, per pagina 9 è stata usata una sola cifra decimale (il '9'), mentre per pagina 23 sono state usate due cifre decimali (il '2' e il '3'). Quante sono le pagine P del libro?

Esercizio #14: la risposta corretta vale 2 punti

Avete un insieme di numeri di cui volete calcolare la somma totale. Potete sommare due numeri alla volta, inserendo il risultato nell'insieme di numeri, fino ad arrivare ad avere un numero solo, pari alla somma totale. Il costo di una somma è pari al valore della somma stessa. Ad esempio, se volete sommare i numeri 2, 3 e 7, possiamo sommare 2 e 3, con costo 5, e poi sommare 5 e 7, con costo 12. Il costo totale è quindi $5+12=17$. In alternativa, sommando prima 3 e 7 (costo 10) e poi 2 e 10 (costo 12), il costo totale per arrivare alla somma è $10+12=22$.

Se i numeri da sommare sono i seguenti:

7, 11, 5, 9, 23, 15

qual è il costo minimo per sommarli tutti tra di loro?

Esercizio #15: la risposta corretta vale 2 punti

Artù e i cavalieri della tavola rotonda si siedono sempre a una tavola ovviamente rotonda. Il numero di cavalieri è cambiato varie volte, ma per un certo periodo è rimasto costante a 9.

Il posto più ambito era, ovviamente, sedersi alla destra di Re Artù. Gli altri 8 cavalieri si accordano: a ogni riunione il loro posto **sarebbe sempre stato cambiato secondo il seguente schema** (dove il posto numero 1 è sempre quello in cui si siede Artù. e gli altri numeri seguono in senso *antiorario*):

Posto nella riunione in corso:	2	3	4	5	6	7	8	9
Posto nella riunione successiva:	5	9	6	4	8	2	3	7

Facendo riferimento alla riunione attuale, in cui indichiamo i cavalieri con un numero da 2 a 9, chi è il cavaliere che dovrà aspettare l'ottava riunione **per sedersi alla destra di Artù**? Nella prima riunione è ovviamente il cavaliere numero 2, nella seconda riunione, secondo lo schema sopra indicato, è il cavaliere numero 7. Chi è che occuperà il posto numero 2 all'ottava riunione?

Esercizio #16: *la risposta corretta vale 3 punti*

Dato un vettore di interi, positivi o anche negativi, si definisce **somma di sottovettore** il valore ottenuto sommando gli elementi di un sottovettore, ovvero un insieme **contiguo** di elementi del vettore.

Ad esempio, considerato il seguente vettore:

$$[2, -4, 3, 1, -1, 4, -2, 1]$$

La somma del sottovettore ottenuto considerando i primi tre elementi $[2, -4, 3]$ vale 1. La massima somma di sottovettore che si può ottenere in questo vettore vale invece 7 e corrisponde al sottovettore $[3, 1, -1, 4]$.

Quanto vale la **massima somma di sottovettore** del vettore seguente?

$$[2, -3, -1, 3, -2, 4, -3, 4, 1, -3, 2, -4, 3, -2, -1, 3]$$

Esercizio #17: *la risposta corretta vale 3 punti*

Mentre qui in Europa abbiamo monete da 1, 2, 5, 10, 20 e 50 centesimi di euro (oltre che da 1 e 2 euro), nello stato di Elbonia hanno monete che valgono, rispettivamente 1, 2, 6, 10, 13 e 17 elboni, la loro valuta nazionale.

Siamo interessati al **minimo** numero di monete per raggiungere una determinata cifra. Ad esempio, se vogliamo avere in tasca 33 elboni, si riesce a farlo con sole tre monete, rispettivamente due da 10 e una da 13 elboni.

Qual è il minimo numero di monete necessario per raggiungere 84 elboni?

Esercizio #18: la risposta corretta vale 3 punti

Harry Potter ha trovato una serie di castelli magici, in cui ogni stanza contiene una gemma. Lui conosce l'incantesimo per teletrasportarsi dentro il castello (ma non riesce a scegliere in che stanza teletrasportarsi) e anche quello per poi teletrasportarsi fuori (indipendentemente dalla stanza in cui si trova). Quando è dentro al castello può spostarsi mediante una serie di fagioli magici. Ogni fagiolo ha un numero, e gli consente di spostarsi a destra o sinistra di quel numero di stanze.

Nel primo castello, composto da 4 stanze numerate da 1 a 4, Harry Potter si è ritrovato nella stanza numero 3, come mostrato in figura qui sotto.

1	2	3	4
		HP	

In quel caso aveva tre fagioli, numerati da 1 a 3. In questa situazione ha deciso di agire nel modo seguente:

1. ha usato il fagiolo di tipo 1 per spostarsi (a sinistra) nella stanza 2;
2. ha usato il fagiolo di tipo 2 per spostarsi (a destra) nella stanza 4;
3. ha usato il fagiolo di tipo 3 per spostarsi (a sinistra) nella stanza 1.

In questo modo è riuscito a visitare tutte le stanze del castello e quindi a prendere tutte e 4 le gemme.

Adesso però la situazione si è complicata. Harry Potter si è appena teletrasportato in un altro castello magico, stavolta di 8 stanze, e si è ritrovato nella stanza numero 7. Qui – per errore! – ha usato subito il fagiolo 5, trovandosi nella stanza 2 come mostrato qui sotto (dove con X mostriamo la stanza numero 7, già visitata da Harry Potter).

1	2	3	4	5	6	7	8
	HP					X	

Questa non era la situazione che aveva pianificato Harry Potter; adesso gli sono rimasti 6 fagioli magici, numerati da 1 a 7 tranne il fagiolo 5 che ha già usato. Riesci a trovare un modo di usarli per visitare tutte le stanze?

Per rispondere al quesito, in particolare, devi identificare le ultime due stanze X e Y che vengono visitate, e devi scrivere i due numeri X e Y uno di seguito all'altro (XY).

Ad esempio, per il castello di 4 stanze visto sopra, le ultime due stanze visitate sono state la 4 e poi la 1, quindi la risposta corretta sarebbe stata 41.

Quanto vale XY nel castello di 8 stanze, partendo dalla stanza 2 (dopo aver già visitato la stanza 7 e aver già consumato il fagiolo 5)?

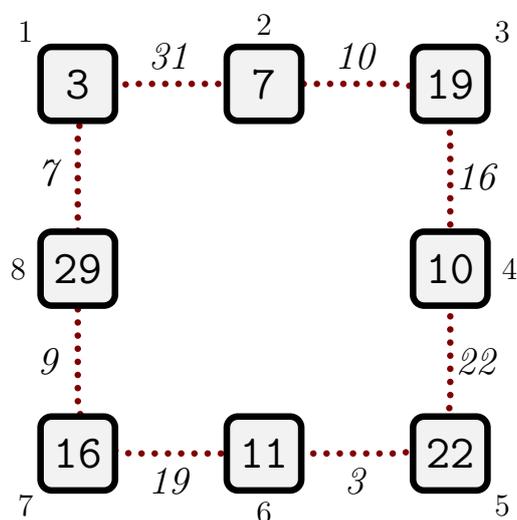
Esercizio #19: la risposta corretta vale 4 punti

Elon Musk vuole fare in grande stile la presentazione del nuovo modello della sua Tesla. Il problema è l'autonomia, e quindi hanno predisposto, nel giro che faranno tra otto diverse piazze della città (numerata da 1 a 8 in senso orario partendo dalla prima piazza in alto a sinistra), un pacco di batterie. La nuova Tesla dovrà fare un giro completo, partendo e terminando nella stessa piazza, non necessariamente la prima.

Vista la fretta, non ci si è accorti di un problema: non da tutte le piazze è possibile partire (dopo aver assorbito la carica delle batterie in quella piazza) e compiere un giro completo. Ovviamente in ogni piazza visitata la Tesla si ricarica di quella quantità di energia.

Per semplicità, nella mappa schematica riportata qui sotto (dove, come detto in precedenza, ogni piazza è rappresentata da un numero compreso tra 1 e 8, in senso orario partendo dalla prima piazza in alto a sinistra) si è indicato:

- il numero di unità di energia disponibili nella piazza;
- il numero di unità di energia che vengono consumate nel tragitto tra le due piazze.



Per esempio, nella terza piazza ci sono 19 unità di energia e se uno si sposta dalla terza alla quarta piazza consuma 16 unità di energia.

Il tuo compito è di scoprire quali sono le due piazze $P1$ e $P2$ da cui è possibile fare il giro completo, rispettivamente, in senso orario e in senso antiorario. Ad esempio, sicuramente non si può partire dalla piazza 4, dove le 10 unità di energia non consentono di andare in nessuna delle due piazze collegate.

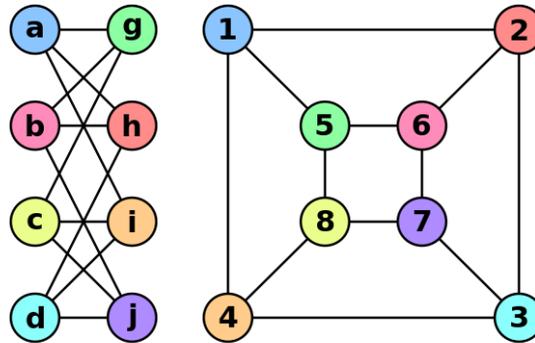
Per rispondere al quesito devi scrivere di seguito i due numeri delle due piazze $P1$ e $P2$ **scrivendo prima il più piccolo e poi il più grande dei due**.

Ad esempio, se pensi che le due piazze siano la 5 e la 1, devi scrivere 15 (mi raccomando, **non scrivere 51!**).

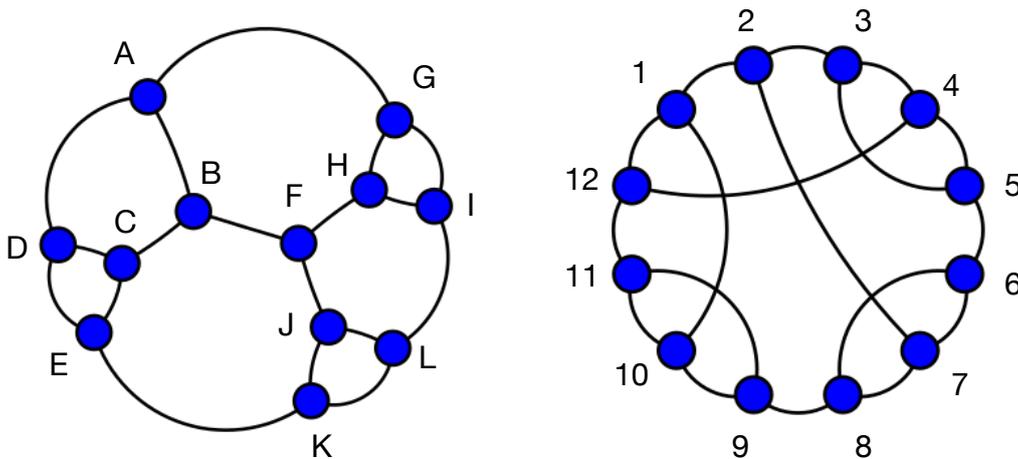
Esercizio #20: la risposta corretta vale 4 punti

Una rete (chiamata anche grafo) è costituita da un insieme di punti (detti nodi), collegati tra di loro da linee (dette archi). La stessa rete può essere disegnata in modi diversi.

Ad esempio, i due grafi qui sotto coincidono, ovvero è possibile trovare una corrispondenza tra i nodi del grafo di sinistra con quelli del grafo di destra, mantenendo gli archi tra i singoli nodi.



La corrispondenza è quella mostrata usando i colori dei nodi (a=1, b=6, c=8, d=3, g=5, h=2, i=4 e j=7). Anche per i due grafi qui sotto è possibile trovare una corrispondenza.



Quanto vale la somma dei tre nodi della figura di destra che corrispondono ai nodi A, B ed F della figura di sinistra?

Ad esempio, se pensi che i nodi A, B ed F di sinistra corrispondano, rispettivamente, ai nodi 1, 6 e 9 della figura di destra, la tua risposta dovrà essere $1 + 6 + 9 = 16$.

Soluzioni

Domanda	Soluzione
1	10
2	3
3	53
4	91
5	10111010
6	8
7	4
8	154344253
9	5
10	12345761391011161415812
11	19
12	14
13	197
14	172
15	5
16	7
17	6
18	63
19	58
20	15